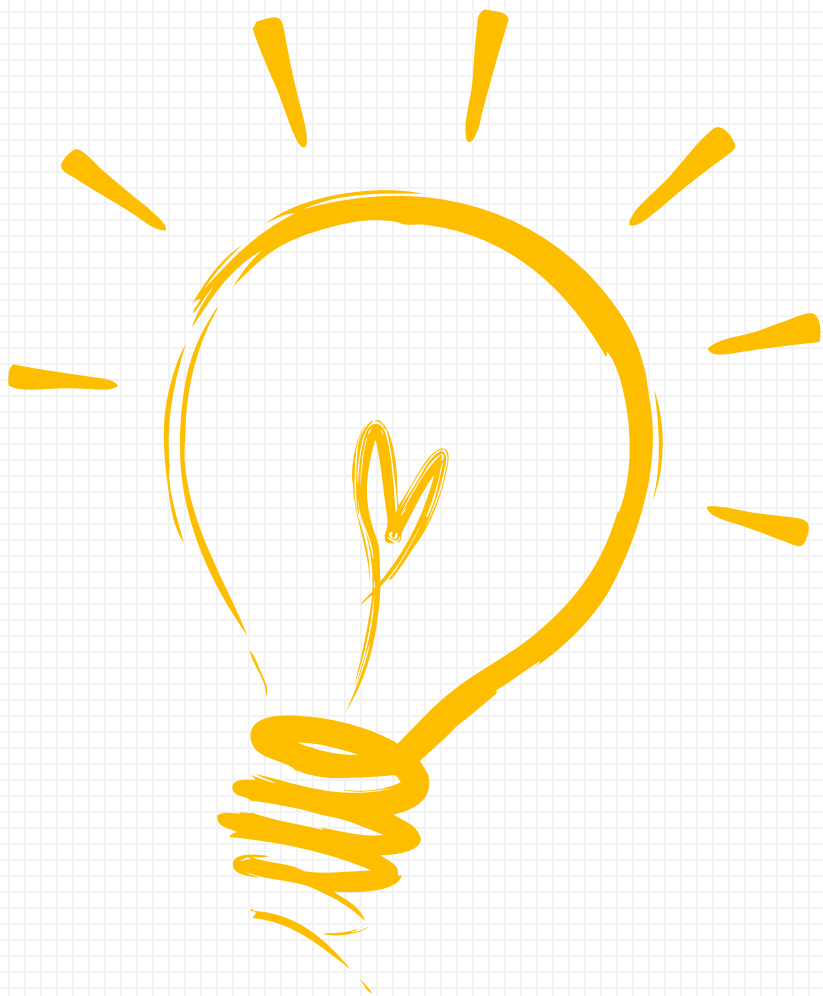


RIPMWC、SMOPS 备考讲座

Kangaroo.study 崔佳铭



CONTENTS

01 竞赛相关信息

02 SMOPS、RIPMWC都考些什么

03 三个维度的备考建议

04 后续规划

di

第

yi

一

zhang

章

jie

节

竞赛相关

新加坡奥数一览

	比赛名称	含金量	报名方式	参赛	特色
1	AMC	★★	个人或学校	P1-S2	国际
2	SMKC	★★	个人或学校	P1-P6	SIMCC
3	AMO	★★★★	学校	P2-S3	历史最悠久
4	ICAS	★★★★☆	学校	P2-P6	国际
5	SASMO	★★★★☆	个人或学校	P2-P6	亚洲最大
6	Mathlympic	★★★★☆	学校	P4-P5	英华举办
7	NMOS	★★★★★	学校	P1-P5	NUSH举办
8	SMOPS	★★★★★	学校	P5-P6	华中举办
9	RIPMWC	★★★★★★	学校	P1-P6	难度最大

			3月	4月		6月	7月		8月	9月	10月
			13	14	16	22	27	30	31	35	40
奥数竞赛			报名	资格	难度						
1	AMC	国际	个人	P1-S2	2					1	
2	SMKC	SIMCC	个人	P1-P6	2	1					
3	AMO	国际		P2-S3	3						1
4	ICAS	国际		P2-P6	3.5					1	
5	SASMO	SIMCC	个人	P2-P6	3.5		1		2		
6	Mathlympic	英华		P4-P5	3.5					1	2
7	NMOS	NUSH		P1-P5	4			1	2		
8	SMOPS	华中		P5-P6	4	1		2			
9	RIPMWC	Raffles		P1-P6	5	1		2			

"A" Level成绩排名

	School	Mean	Median	90	85-90	80-90
1	Raffles Institution 莱佛士	85		32%		
	Hwa Chong Institution 华中	85.2		30%		
2	Nanyang Junior College 南洋初院		85		60%	
	Victoria Junior College 维多利亚初院		85		50%	
3	Duman High School 德明政府中学	81.9	83	14%	50%	
	Eunoia Junior College 诺雅初院	82.4	84			
	National Junior College 国家初院		83.75		40%	
	Temasek Junior College 淡马锡初院	81+			40%	
	River Valley High School 立化中学			8.70%	41%	
4	Anglo-Chinese Junior College	78.5				
5	Anderson-Serangoon Junior College	75.4				35.90%
6	Tamipines-Meridian Junior College	73.9		4		33%
7	Catholic Junior College				5.70%	17.30%
8	Jurong-Pioneer Juior College			1		
	Millenia Institute			1		20

留学数据

2018J2毕业生							
	Cambridge剑桥		Oxford牛津		Tatal Offer	2018届总人数	占比
	Offer 录取	Acceptance 确认录取	Offer 录取	Acceptance 确认录取			
NUSH国大附中	18	12	6	5	24	About 170	14.12%
RI莱福士	35	22	36	30	71	1147	6.19%
HCI华中	33	25	23	18	56	About 1150	4.87%
ACSI英华自主	13	13	9	9	22	452	4.87%
DHS德明中学	7	6	4	0	11	373	2.95%
NJC国家初院	5	< 3	4	8	9	About 700	1.29%
VJC维多利亚	4	3	5	4	9	753	1.20%
ACJC英华初院	4	3	0	0	4	About 600	
NYJC南洋初院	< 3	< 3	0	0	< 3	About 600	
RVHS立化中学	< 3	< 3	0	0	< 3	379	
EJC诺雅初院	No applicant		No applicant			529	

竞赛成绩

Singapore IMO			
	Name	School	Medal
2022	Cheng Wenhao	Hwa Chong Institution	Silver
2022	Drew Michael Terren Ramirez	NUS High School	Silver
2022	Gabriel Goh Hao Xiang	Hwa Chong Institution	Silver
2022	Wu Xinyue	Hwa Chong Institution	Silver
2022	Shevonne Chia	NUS High School	Bronze
2022	Peh Yan Xi	Raffles Institution	Honourable
2021	Goh Si Jing Sophie	Raffles Institution	Gold
2021	Low Choo Ray	Raffles Institution	Silver
2021	Ong Ee Shua	Raffles Institution	Silver
2021	Shevonne Chia	NUS High School	Silver
2021	Hu Xinghui	Raffles Institution	Bronze
2021	Lai Pengchong	Raffles Institution	Bronze
2020	Aloysius Ng Yangy	Raffles Institution	Silver
2020	Tan Xu Chen	Raffles Institution	Silver
2020	Hu Xinghui	Raffles Institution	Silver
2020	Tan Wee Kean	Raffles Institution	Silver
2020	David Toh Hui Kai	Raffles Institution	Bronze
2020	Low Choo Ray	Raffles Institution	Bronze

SMOPS简介

考试日期

- 4月7日（一轮）/5月28日（邀请轮）

考试时间

- 120分钟

题目数量

- 30题（1-10题4分，11-20题5分，21-30题6分，共150分）

成绩公布

- 一周左右

考试要求

- 不允许使用计算器

考试人数

- 3000人

RIPMWC简介

考试日期

- 3月底（一轮）/4月底（二轮）

考试时间

- 60分钟/60分钟

题目数量

- 20题（选择题，答对5分，空缺1分，答错0分）

成绩公布

- 一周左右

考试要求

- 不允许使用计算器

考试人数

- 3000人

奖项设置

SMOPS

Platinum: Top 1.5% 约50枚

Gold: Top 4% 约70枚

Silver: Top 10% 约180枚

Bronze: Top 20% 约300枚

Top 4% (至多为前120名) 将被邀请
参加Invitation Round国际比赛
APMOPS

RIPMWC

High Distinction: top 2% 约40枚

Distinction: Top 15% 约260枚

Merit: Top30% 约300枚

只有初级组的前 2% 或 (大约) 前 40 名学生
(以较低者为准) 和第 1 轮公开组中排名前
3% 或 (约) 前 60 名的学生 (以较低者为准)
将被邀请参加第 2 轮。

有多重要

DSA前最重要、最后的 奥数竞赛

di er zhang jie
第 二 章 节

SMOPS、RIPMWVC都考些什么

都考些什么

一、主要考察哪些模块

二、有没有必考（常考）的知识点

三、难题主要有什么特点

都考些什么

一、主要考察哪些模块

二、有没有必考（常考）的知识点

三、难题主要有什么特点

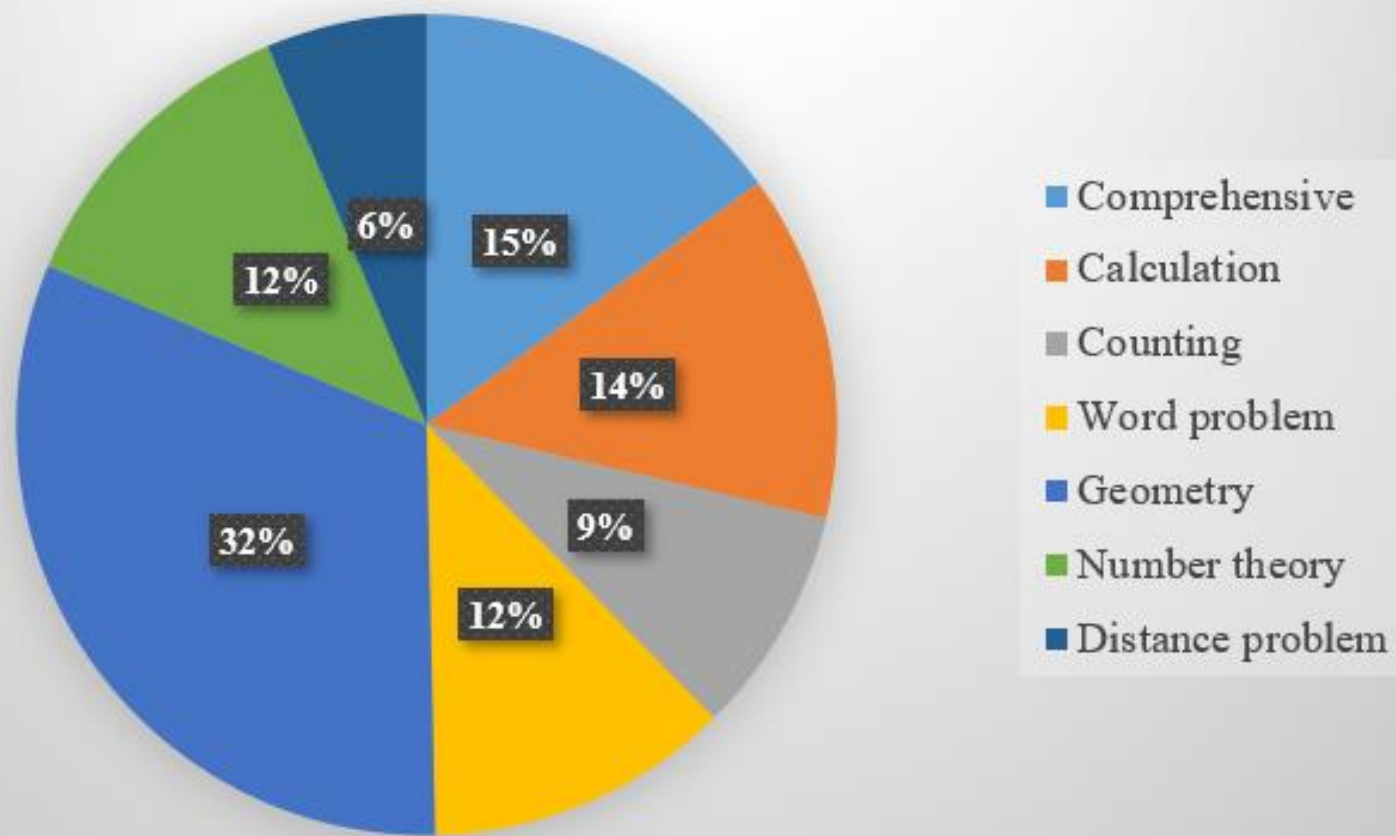
都考些什么

SMOPS第一轮试题模块分析

	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	总数	平均	比例
Calculation	6	7	5	3	6	3	3	3	3	2	41	4.1	13.67%
Counting	1	1	3	2	3	4	4	4	3	2	27	2.7	9.00%
Word problem	1	4	2	3	4	4	3	6	4	5	36	3.6	12.00%
Geometry	12	10	11	15	9	9	8	7	9	5	95	9.5	31.67%
Number theory	3	1	5	3	3	5	5	3	5	4	37	3.7	12.33%
Distance problem	2	2	1	1	4	2	2	2	1	2	19	1.9	6.33%
Comprehensive	5	5	3	3	1	3	5	5	5	10	45	4.5	15.00%

都考些什么

SMOPS R1 Proportion of each module



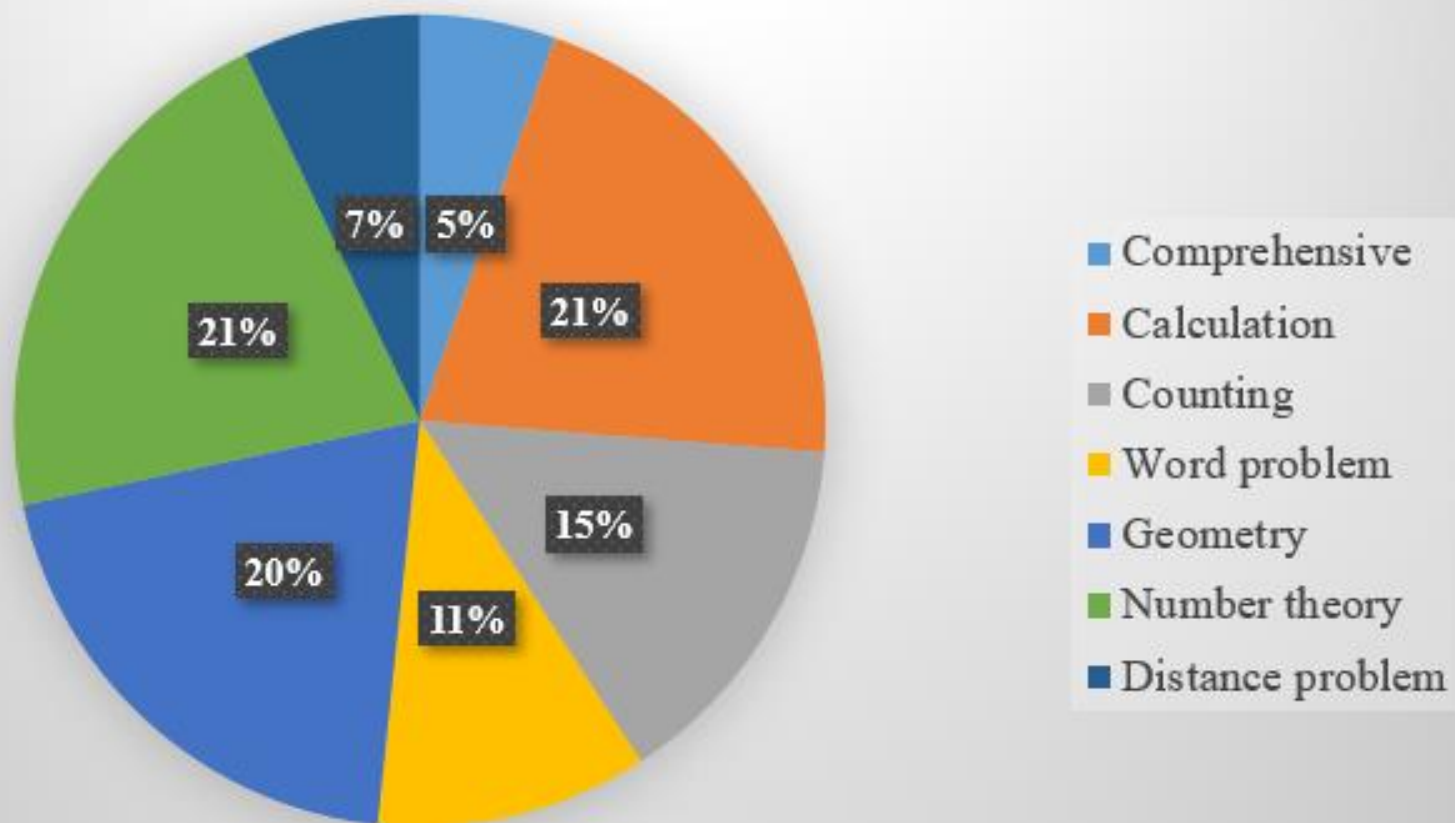
都考些什么

RIPMWC第一轮试题模块分析

	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2021	总数	平均	比例
Calculation	3	4	5	5	6	3	5	2	4	4	6	3	50	4.167	20.83%
Counting	4	3	1	2	6	3	3	3	1	3	3	3	35	2.917	14.58%
Word problem	3	3	2	5	2	0	1	2	2	2	3	1	26	2.167	10.83%
Geometry	5	4	4	4	2	4	3	7	4	2	4	5	48	4	20.00%
Number theory	2	4	5	2	3	7	3	4	6	6	3	6	51	4.25	21.25%
Distance problem	1	2	1	2	1	2	2	1	1	2	1	1	17	1.417	7.08%
Comprehensive	2	0	2	0	0	1	3	1	2	1	0	1	13	1.083	5.42%

都考些什么

RIPMWC R1 Proportion of each module



一、计算 calculation

二、几何 geometry

三、数论 number theory

都考些什么

一、主要考察哪些模块

二、有没有必考（常考）知识点

三、难题主要有什么特点

RIPMWC-2021

11. The value of $\frac{1}{43} + \frac{1}{43+86} + \frac{1}{43+86+129} + \cdots + \frac{1}{43+86+129+\cdots+2021}$ is _____.

- A. $\frac{47}{1032}$
 B. $\frac{49}{1032}$
 C. $\frac{1}{1032}$
 D. $\frac{47}{2064}$
 E. None of the above

RIPMWC-2017

9. Calculate: $\frac{5}{36} + \frac{7}{144} + \frac{9}{400} + \frac{11}{900} + \frac{13}{1764} + \frac{15}{3136}$

- A. $\frac{11}{64}$
 B. $\frac{13}{64}$
 C. $\frac{15}{64}$
 D. $\frac{1}{4}$
 E. None of the above

SMOPS-2016

14. Find the value of: $84 \times \left(\frac{1}{1 \times 3} - \frac{2}{3 \times 5} + \frac{3}{5 \times 7} - \frac{4}{7 \times 9} + \cdots + \frac{9}{17 \times 19} - \frac{10}{19 \times 21} \right)$

数列数表

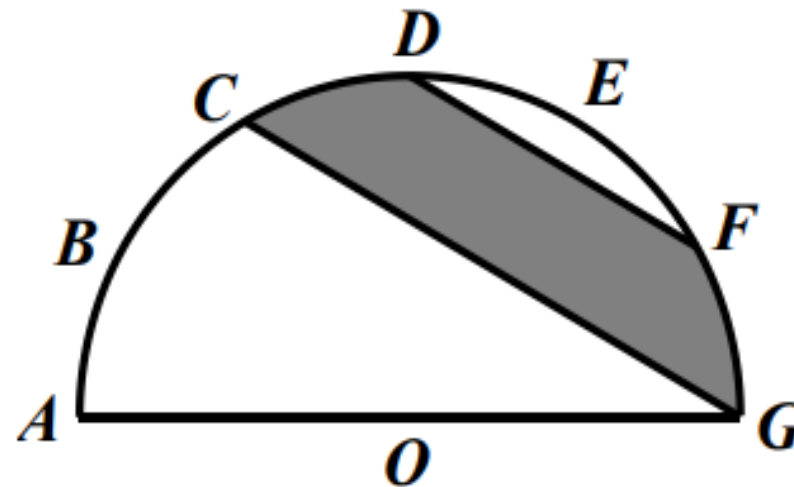
2. If the positive odd integers are arranged in columns of sixteen as shown below, then '2021' will appear in the m^{th} row and n^{th} column. Find $m \times n$.
[For example: 81 is in the 3rd row and 9th column]

1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29	31
33	35	37	39	41	43	45	47	49	51	53	55	57	59	61	63
65	67	69	71	73	75	77	79	81	83	85	87	89	91	93	95

[illegible][illegible]

SMOPS-2022

10. A semi-circle with diameter AG is shown in the diagram below. The entire arc of the semi-circle is divided into 6 equal parts by points B, C, D, E and F . DF and CG are straight lines. Given that the area of the semi-circle is 84cm^2 , find the area of the shaded region in cm^2 .



RIPMWC-2017

12. The diagram below is made from quarter circles on a square grid with divisions 1 cm apart.

What is the total area of the shaded region in cm^2 ? [Take $\pi = \frac{22}{7}$]

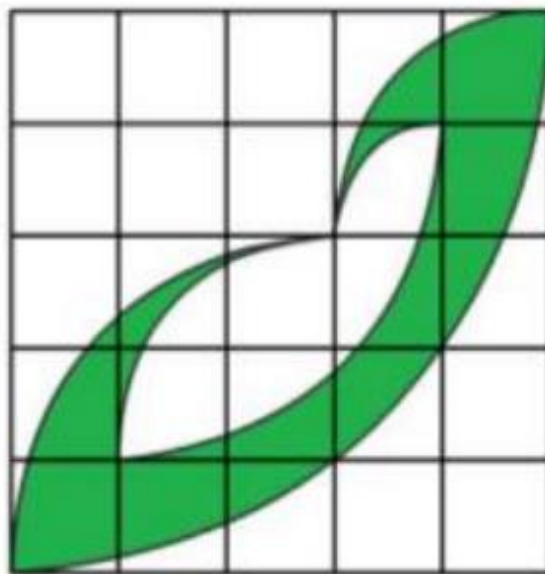
A. $6\frac{1}{7}$

B. $6\frac{3}{7}$

C. $6\frac{4}{7}$

D. $6\frac{6}{7}$

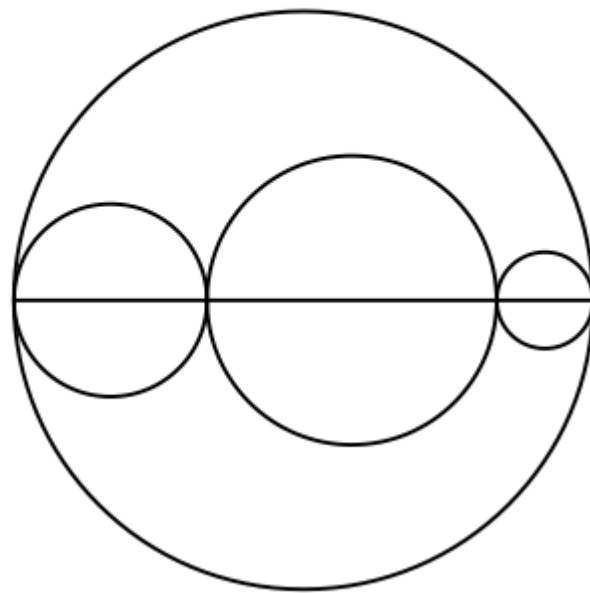
E. None of the above



圆与扇形

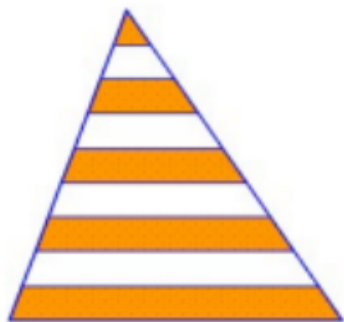
SMOPS-2017

14. In the diagram below, the circumference of the largest circle is 28. There are three smaller circles with centres lying on the diameter of the largest circle. The circles touch one another as shown in the diagram below. Find the sum of the circumference of the three smaller circles. $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$



RIPMWC-2019

17. The triangle above is divided into nine stripes of equal width and each strip is parallel to the base of the triangle. If the total area of the unshaded stripes is 88 cm^2 , find the total area of the shaded stripes in cm^2 .

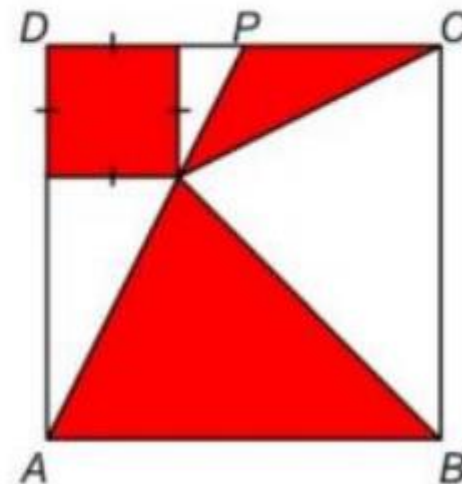


- A. 100
- B. 105
- C. 108
- D. 110
- E. None of the above

RIPMWC-2017

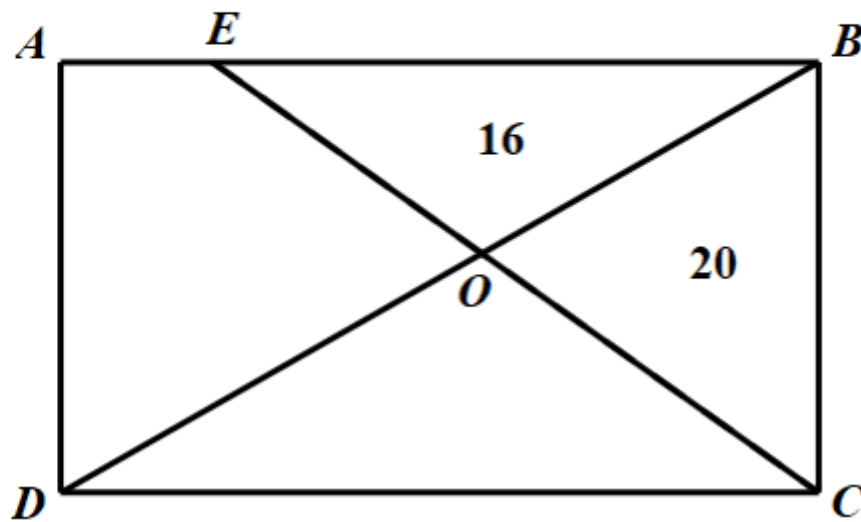
14. $ABCD$ is a square with side length of 2 units, and P is the midpoint of CD . What is the total area of the shaded region, which is made up of a square and 2 triangles, in units²?

- A. $2\frac{1}{9}$
- B. $2\frac{1}{8}$
- C. $2\frac{1}{7}$
- D. $2\frac{1}{6}$
- E. None of the above



SMOPS-2019

18. In a rectangle $ABCD$, the areas of two triangles are given. If $AE = \frac{1}{5}AB$, find the area of quadrilateral $ADOE$.



整除特征

SMOPS-2022

14. Find the smallest multiple of 35 that ends with '35' and has a sum of digits equal to 35. (If your answer is more than 5 digits, shade the first 5 digits. For example, if the answer is 1234535, please shade 12345.)

RIPMWC-2021

16. For a whole number m , $m! = 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times m$.

What is the remainder when $1 \times 2! + 2 \times 3! + 3 \times 4! + \cdots + 2020 \times 2021!$ is divided by 18?

A. 2

B. 4

C. 12

D. 14

E. None of the above

RIPMWC-2019

18. A is the largest integer such that $14A$ has exactly 2019 digits. Counting from right to left, what is the 100th digit of A ?

带余除法

SMOPS-2019

11. A number N is divisible by each of the integers 2, 3, 4, 5, 6, 8 and 9. N gives a remainder of 5 when divided by 7. Find the smallest value of N .

RIPMWC-2017

19. Consider the three numbers 2017, 2758 and 3670, When they are divided by a number A the remainder is the same for each of the three numbers. What is the sum of the values of A ?

RIPMWC-2017

10. Let $X = 2017^{2017} + 2017$. How many of the following statements are true?

- (I) The remainder when you divide X by 5 is 2.
- (II) The remainder when you divide X by 6 is 2.
- (III) The remainder when you divide X by 7 is 2.
- (IV) The remainder when you divide X by 8 is 2.

都考些什么

模块	必会考点		
calculation	分数裂项	数列数表	
geometry	圆与扇形	面积模型（等高、相似、鸟头）	
number theory	因数、倍数、质数、合数	整除特征	带余除法

都考些什么

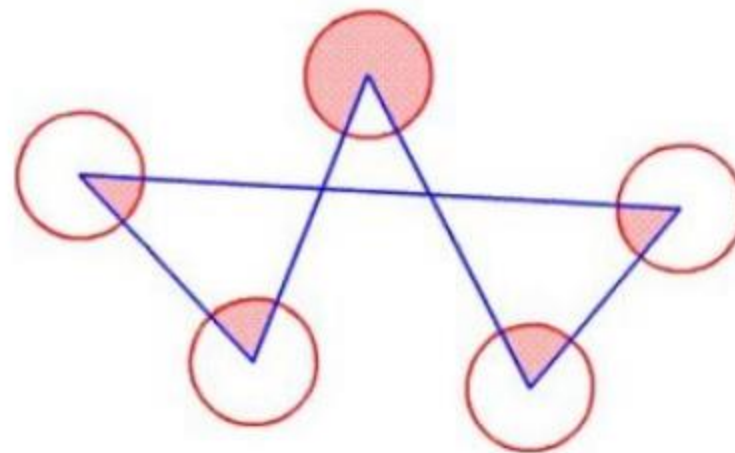
一、主要考察哪些模块

二、有没有必考（常考）的知识点

三、难题主要有什么特点

RIPMWC-2019

8. The diagram shows 5 circles, each with radius 7 cm. By taking $\pi = \frac{22}{7}$, find the total area of the shaded parts.



RIPMWC-2017

16. Fractions in the form $\frac{a}{b}$ are created such that a and b are positive integers and $a + b = 425$. How many such fractions are there which are less than 1 and which cannot be simplified further (that is to say, a and b have no common factors other than 1)?

- A. 150
- B. 170
- C. 185
- D. 190
- E. None of the above

$$16) \text{ Number of pairs of } (a, b) = 425 - \frac{425}{5} - \frac{425}{17} + \frac{425}{5 \times 17} = 320$$
$$\text{Since } \frac{a}{b} < 1, a < b, \text{ therefore number of such pairs} = \frac{320}{2} = 160$$

奥数思维的深度考察

SMOPS-2022 (极端思想)

9. The sum of 49 distinct positive integers is 2022. If there are n even numbers among the 49 integers, what is the least possible value of n ?

SMOPS-2019 (最不利)

20. Among the integers: 1, 2, 3, ..., 49, 50, what is the maximum number of integers that can be selected such that the sum of any two selected numbers is not divisible by 7?

SMOPS-2017 (最不利)

29. What is the least number of integers to be randomly selected from
 $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
to ensure that among the selected integers, there is one number divisible by another number?

di

第

san

三

zhang

章

jie

节

三个维度的备考建议

三个维度的备考建议

备考三部曲

知识要补缺

思想要完备

刷题

内容补缺

计算	计数	几何	数论	行程	应用题	杂题
整数巧算	基础枚举法	巧求周长	奇数与偶数	初识行程	平均数	逻辑推理
认识分数	标数法	正方形与长方形	带余除法	相遇问题	归一问题	体育比赛中的数学
等差数列	数图形	线与角	因数和倍数	追及问题	鸡兔同笼	数阵图
方程	整数分拆	平行四边形与梯形	质数与合数	火车过桥	周期问题	数字谜
认识小数	加乘原理	三角形	位值原理	环形跑道	盈亏问题	最不利原则
十大公式	容斥原理	等积变形	分解质因数	流水行船	和差倍问题	最值问题
小数巧算	排列组合	等高模型	整除特征	多次相遇与多次追及	方阵问题	操作类智巧趣题
定义新运算		图形变换技巧	完全平方数	钟面行程	年龄问题	统筹与规划
分数乘除		一半模型	余数特征	电梯与发车	页码问题	必胜策略
分数加减		格点与割补	末几位数字问题	走走停停	还原问题	归纳与递推
分数巧算		相似模型与蝴蝶模型	神奇的进位制	比例法解行程	方程法解应用题	抽屉原理
数表		弦图与勾股定理	弃九法	接送问题	基本分数应用题	构造与论证
分数裂项与整数裂项		立体图形	同余模型	柳卡图	比例应用题	
比较与估算		三视图与展开图	同余方程	方程法解行程	工程问题	
		鸟头模型	韩信点兵		牛吃草	
		风筝模型	孙子定理		经济问题	
		燕尾模型	不定方程		浓度问题	
		圆与扇形				
		切片与染色				
		水中浸物				
		旋转与轨迹				
		圆柱与圆锥				

颜色说明:

第1阶段

第2阶段

第3阶段

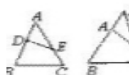
①  m/n , 则 $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle BCD}$

②  $S_{\triangle ABD} : S_{\triangle ACD} = BD : DC$


③  $S_{\triangle ABD} : S_{\triangle BCD} = h_1 : h_2$


等积变换

直线型几何 (1)

 $\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{AD}{AB} \cdot \frac{AE}{AC}$

鸟头定理
(共角定理)

①任意四边形  (1) $S_1 \cdot S_3 = S_2 \cdot S_4$
(2) $AO : OC = (S_1 + S_2) : (S_3 + S_4)$

②梯形  (1) $S_2 = S_4$
(2) $S_1 \cdot S_3 = S_2 \cdot S_4$
(3) $S_1 : S_2 : S_3 : S_4 = a^2 : ab : b^2 : ab$

蝴蝶定理

$C = 2\pi r$ 或 $C = \pi d$ ①

$S_{\text{圆}} = \pi r^2$, $S_{\text{扇形}} = \frac{n}{360} \times \pi r^2$ ②

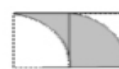
基本公式



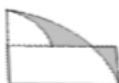
基本图形



割补



平移



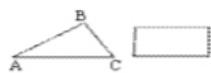
容斥

方法: ①标号
②找规则图形, 并表示出面积
③根据目标相加减

四大方法



线的旋转



图形的旋转

旋转

勾股定理

毕克定理

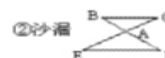
两大定理

几何体系

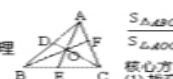
直线型几何 (2)

相似模型

①金字塔  $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE}$

②沙漏  $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle ADE}} = \frac{AB^2}{AD^2} = \frac{AC^2}{AE^2} = \frac{BC^2}{DE^2}$

燕尾定理



$\frac{S_{\triangle ABO}}{S_{\triangle AOC}} = \frac{BE}{EC}$





$\frac{S_{\triangle AOC}}{S_{\triangle AOB}} = \frac{AD}{DB}$

$\frac{S_{\triangle ABO}}{S_{\triangle AOC}} = \frac{AF}{FC}$

核心方法:

(1)找交点, 连线 (2)设出最小三角形的份数 (3)根据共边燕尾定理得出结论

基本公式

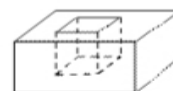
	表面积	体积	基本图形
长方体	$S = 2(ab + ac + bc)$	$V = abc$	
正方体	$S = 6a^2$	$V = a^3$	
圆柱	$S = 2\pi r^2 + 2\pi rh$	$V = \pi r^2 h$	
圆锥	不要求	$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$	

立体几何

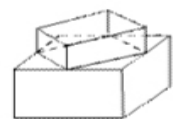
三大题型

求表面积和体积 ①

求表面积



图形的割和补求表面积

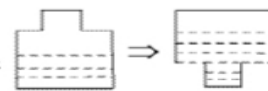


三视图求表面积

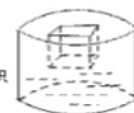
求体积

图形的割和补求体积

方法: 总的体积不变
体积 = 空气 + 液体



重点: 木块体积 = 水上升体积



染色 ②

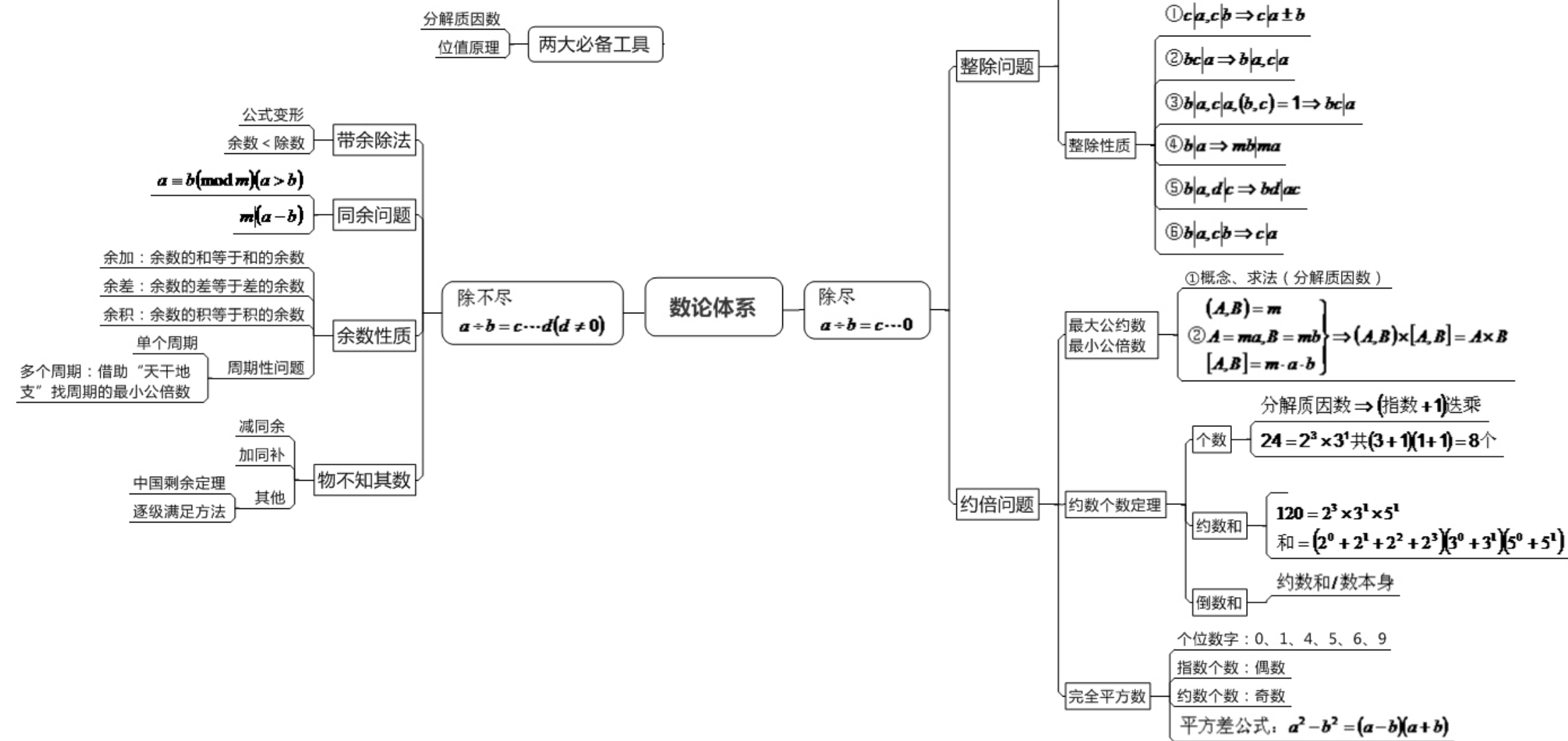
染3面: 角上
染2面: 棱上
染1面: 面上
染0面: 体内



展开



最短路线 ③



分解质因数
位值原理

两大必备工具

公式变形
余数 < 除数

带余除法

$a \equiv b \pmod{m} (a > b)$
 $m|(a-b)$

同余问题

余加：余数的和等于和的余数
余差：余数的差等于差的余数
余积：余数的积等于积的余数

余数性质

单个周期
多个周期：借助“天干地支”找周期的最小公倍数

周期性问题

减同余
加同补
中国剩余定理
逐级满足方法

其他

物不知其数

除不尽
 $a \div b = c \cdots d (d \neq 0)$

数论体系

除尽
 $a \div b = c \cdots 0$

整除问题

整除规律

末位系：2、5/4、25/8、125
数字和系：3、9
数字差系：11
末三位截位法：7、11、13

整除性质

① $c|a, c|b \Rightarrow c|a \pm b$
② $bc|a \Rightarrow b|a, c|a$
③ $b|a, c|a, (b, c) = 1 \Rightarrow bc|a$
④ $b|a \Rightarrow mb|ma$
⑤ $b|a, d|c \Rightarrow bd|ac$
⑥ $b|a, c|b \Rightarrow c|a$

最大公约数
最小公倍数

① 概念、求法（分解质因数）
② $(A, B) = m$
 $A = ma, B = mb \Rightarrow (A, B) \times [A, B] = A \times B$
 $[A, B] = m \cdot a \cdot b$

约数个数定理

分解质因数 \Rightarrow (指数+1)连乘
个数：24 = 2³ × 3¹ 共 (3+1)(1+1) = 8 个
约数和：120 = 2³ × 3¹ × 5¹
和 = (2⁰ + 2¹ + 2² + 2³)(3⁰ + 3¹)(5⁰ + 5¹)
倒数和：约数和 / 数本身

完全平方数

个位数字：0、1、4、5、6、9
指数个数：偶数
约数个数：奇数
平方差公式： $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

三个维度的备考建议

备考三部曲

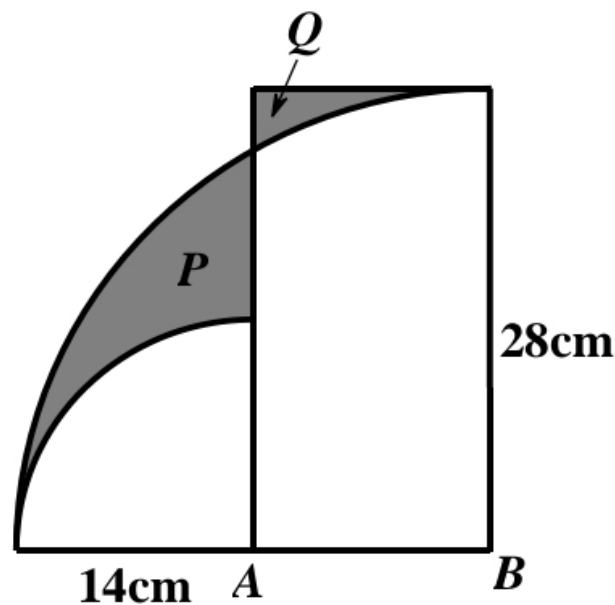
知识要补缺

思想要完备

刷题

不变量思想

【Question9】 (SMOPS2015R1Q16) In the figure below, the points A and B are the centres of two quadrants of radius 14 cm and 28 cm respectively. Find the difference of the areas of shaded regions P and Q. Take π as $\frac{22}{7}$.



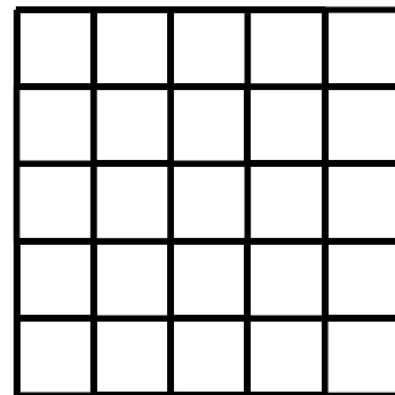
递推思想

【例12】4 个人进行篮球训练，互相传球接球，要求每个人接球后马上传给别人；开始由甲发球，并作为第一次传球；第五次传球后，球又回到甲手中，问有多少种传球方法？

第几次传球	传球的方法	球传给甲的方法	球不传给甲的方法
1			
2			
3			
4			
5			

量化思想

【Question2】 (SMOPS2009R1Q21) (SMOPS2014R1Q24) (SMOPS2021R1Q12) The diagram shows a 5×5 square with 25 unit squares. Find the least number of unit squares to be shaded such that any 3×3 square in the diagram contains exactly four shaded unit squares.



三个维度的备考建议

备考三部曲

知识要补缺

思想要完备

刷题

刷什么题

一、10年真题

二、刷第二遍

三、模拟题

步骤

【练习2】计算: $1 \times 1 + 3 \times 2 + 5 \times 2^2 + \dots + 19 \times 2^9$

$$\begin{array}{cccc}
 15 \times 128 & 7 \times 8 & 9 \times 16 & 11 \times 32 \\
 17 \times & & & 13 \times 64 \\
 1 + 6 + 20 + 56 + 144 + 352 + 832 + 1920
 \end{array}$$

【练习4】已知 $S = \left\lfloor \frac{201 \times 1}{101} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{201 \times 2}{101} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{201 \times 3}{101} \right\rfloor + \dots + \left\lfloor \frac{201 \times 100}{101} \right\rfloor$, 其中 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数, 则 S 的值为多少?

$$1234567898^3 + 1234567898241$$

ans: 5080

2. On Teyvat continent, the distance between place A and B is 2022 metres (abbreviated as m). Lisa asks Messenger 1 to send letters from A to B with a speed of 1m/s. After one minute, she asks Messenger 2 to send letters from A to B with a speed of 2m/s... After k minutes, she asks Messenger $k+1$ to send letters from A to B with a speed of $(k+1)$ m/s. All of the messengers moves at a constant speed. Which of the messengers can reach place B at the same time?

$$2022 = 2 \times 3 \times 337$$

Ans: 142022, 246011, 34674, 64337

步骤

(2) 因数个数是8的两位数有哪些?

$$8 = 2 \times 4 = 2 \times 2 \times 2$$

①: $8 = 8$
 $n = a^7$

当 $a=2$ 时
 $n=2^7=128$

舍去

②: $8 = 2 \times 4$
 $n = a^3 b$

1) 若 $a=2, b=3$
 $n=2 \times 3^3=54$

2) 若 $a=3, b=2$
 $n=3 \times 2^3=24$

3) 若 $a=5, b=2$
 $n=5 \times 2^3=40$

4) 若 $a=7, b=2$
 $n=7 \times 2^3=56$

5) 若 $a=11, b=2$
 $n=11 \times 2^3=88$

③: $8 = 2^3$
 $n = abc$

若 $a=2, b=3, c=5$
 $n=2 \times 3 \times 5=30$

若 $a=2, b=3, c=7$
 $n=2 \times 3 \times 7=42$

若 $a=2, b=3, c=11$
 $n=2 \times 3 \times 11=66$

若 $a=2, b=3, c=13$
 $n=2 \times 3 \times 13=78$

若 $a=2, b=5, c=7$
 $n=2 \times 5 \times 7=70$

答: 因数个数是8的两位数有54, 24, 40, 56, 88, 30, 42, 66, 78, 70.

【例6】(1) 已知自然数 n 有 10 个因数, $2n$ 有 20 个因数, $3n$ 有 15 个因数, 那么 $6n$ 有几个因数?

$10 = 2 \times 5$

①: $10 = 10$
 $n = a^9$

$2n = a^{10}$ 舍去

$2n = 2a^9$ ✓

$3n = a^{10}$ 舍去

$3n = 3a^9$ 舍去

②: $10 = 2 \times 5$
 $n = a^4 b^4$

$2n = 2a^4 b^4$ 舍去

$2n = 2a^4 b^4$ 舍去

$2n = 2a^4 b^4$ 舍去

$2n = 2a^4 b^4$ 舍去

$2n = 2a^4 b^4$ 舍去

$3n = a^4 b^4$ ✓

$3n = a^4 b^4$ 舍去

$3n = a^4 b^4$ 舍去

$3n = a^4 b^4$ 舍去

$\Rightarrow a=3, b \neq 2, 3$
 $6n = 2a^4 b^4$
 $2 \times (2+1) \times (4+1) = 30$
答: $6n$ 有 30 个因数.

(2) 若 n^2 有 9 个因数, 则 n 可能有几个因数?

$9 = 3 \times 3$

①: $n^2 = a^8$

$\Rightarrow n = a^4$

$4+1=5$ (个)

②: $n^2 = a^2 b^2$

$n = ab$

$(1+1) \times (1+1) = 4$ (个)

答: n 可能有 4 个或 5 个因数.

已讲解 因数个数原理和同数原理. 18页.

【练习5】自然数 N 有 45 个因数, N 的最小值是多少?

$45 = 9 \times 5 = 3^2 \times 5$

① a^4 $N_{\text{最小}}$ 为 2^4

② $a^2 b^2$ $N_{\text{最小}}$ 为 $3^2 \times 2^2$

③ $a^2 b^2 c^2$ $N_{\text{最小}}$ 为 $5 \times 3^2 \times 2^2$

$5 \times 3^2 \times 2^2 < 3^2 \times 2^2 < 2^4$

$N_{\text{最小}} = 5 \times 3^2 \times 2^2$

$= 25 \times 9 \times 4$

$= 400 \times 4$

$= 3600$

答: N 的最小值是 3600.

【练习6】一个自然数 N 共有 9 个因数, 而 $N-1$ 恰有 8 个因数. 满足条件的自然数中, 最小的和第二个的分别是多少?

$9 = 3 \times 3$

$\Rightarrow a^8$

$(ab)^2$

$8 = 2 \times 4 = 2 \times 2 \times 2$

$\Rightarrow a^7$

$a^2 b^3$

$a^2 b^3 c^2$

① $a^8 = 2^8$

$2^8 = 256$

$256-1=255$

$3 \times 5 \times 11$

$5 \times 13 \times 17$

$255 = 3 \times 5 \times 17$

(满足 $9 \times 6 \times 11$)

$256 = 16^2$

(舍去) $36 = 6^2$

② ab^3

$a=2, b=3$

$2^8 = 256$

$256-1=255$

$3 \times 5 \times 11$

$5 \times 13 \times 17$

$255 = 3 \times 5 \times 17$

(舍去) $36 = 6^2$

(舍去) $36 = 6^2$

③ cab^2

$a=2, b=5$

$2^8 = 256$

$256-1=255$

$3 \times 5 \times 11$

$5 \times 13 \times 17$

$255 = 3 \times 5 \times 17$

(舍去) $36 = 6^2$

(舍去) $36 = 6^2$

④ cab^2

$a=2, b=7$

$2^8 = 256$

$256-1=255$

$3 \times 5 \times 11$

$5 \times 13 \times 17$

$255 = 3 \times 5 \times 17$

(舍去) $36 = 6^2$

(舍去) $36 = 6^2$

⑤ cab^2

$a=3, b=5$

$3^8 = 6561$

$6561-1=6560$

$2^4 \times 5 \times 11 \times 13 \times 17$

$6560 = 2^4 \times 5 \times 11 \times 13 \times 17$

(舍去) $36 = 6^2$

(舍去) $36 = 6^2$

⑥ cab^2

$a=3, b=7$

$3^8 = 6561$

$6561-1=6560$

$2^4 \times 5 \times 11 \times 13 \times 17$

$6560 = 2^4 \times 5 \times 11 \times 13 \times 17$

(舍去) $36 = 6^2$

(舍去) $36 = 6^2$

(舍去) $36 = 6^2$

【练习7】一个正整数, 它的 2 倍的因数恰好比它自己的因数多 2 个, 它的 3 倍的因数恰好比它自己的因数多 3 个. 那么这个正整数是多少?

① 设这个正整数为 N , 它有 K 个因数.

② 若 N 为质数 (不等于 2) 时, $K=2$.

$2N$ 的因数有: $2+2=4$ (个) ✓

$3N$ 的因数有: $2+2=4$ (个) (舍去)

$N=2$ 时: $K=2$

$2N$ 的因数有: $2+1=3$ (个) (舍去)

$\therefore N$ 为合数, $K > 2$.

③ 若 N 不含因数 2 时 ($K > 2$).

$2N$ 的因数有: $2+1=3$ (个),

多 3 个, $K=3$ (个).

根据 $K > 2$ 发现矛盾

N 中含有因数 2.

④ 设 N 的因数数为 $2K=1$

$K=3$

但, $K=3$ 时 N 只能 $=2^2=4$

$2N=8$ 有 4 个因数,

矛盾, N 中含有因数 3.

⑤ 假设 N 中有 2, 3 的因数, P .

$N=2^a \times 3^b \times P$

(解: 设 $3^b \times P$ 的因数数为 K_1)

K_1 至少为 $2 \times 2 = 4$

$2N$ 的因数个数比 N 的多 K_1 个,

但根据题意, $K_1=2$ 矛盾

$\therefore P$ 不存在

C

1. 某四位数形如 $\overline{2abc}$, 它与 3 的乘积形如 $\overline{abc8}$, 则三位数 \overline{abc} 应是多少?

$\overline{2abc} \times 3 = \overline{abc8}$

$(2000 + \overline{abc}) \times 3 = 10\overline{abc} + 8$

$6000 + 3\overline{abc} = 10\overline{abc} + 8$

$7\overline{abc} = 5992$

$\overline{abc} = 856$

2. 若六位数 $\overline{95ab5}$ 能被 7 和 11 和 13 整除, 则两位数 \overline{ba} 是多少?

$[7, 11, 13] = 1001$

$95995 \div 1001 = 95 \dots 900$

$95995 - 900 = 95095$

$\overline{ba} = 90$

3. $\overline{49abc}$ 能被 3, 7, 13 整除, 这个数最大是多少? $[7, 13] = 91$

$\overline{abc} - 49 = 91n$, $\overline{abc} = 140$ 或 231 或 322 或 413 或 504

3 的倍数: $4+9=13$ 或 $5+9=14$ 或 $6+8=14$ 或 $7+1+1=9$ 或 $8+6=14$ 或 $9+5=14$

最大: $\overline{49959}$

步骤

(2) 因数个数是8的两位数有哪些?

$$8 = 8 = 2 \times 4 = 2 \times 2 \times 2$$

①: $8 = 8$

$$n = a^7$$

当 $a=2$ 时

$$n = 2^7 = 128$$

舍去

②: $8 = 2 \times 4$

$$n = ab^3$$

1) 若 $a=2, b=3$

$$n = 2 \times 3^3 = 54$$

2) 若 $a=3, b=2$

$$n = 3 \times 2^3 = 24$$

3) 若 $a=5, b=2$

$$n = 5 \times 2^3 = 40$$

4) 若 $a=7, b=2$

$$n = 7 \times 2^3 = 56$$

5) 若 $a=11, b=2$

$$n = 11 \times 2^3 = 88$$

③: $8 = 2^3$

$$n = abc$$

若 $a=2, b=3, c=5$

$$n = 2 \times 3 \times 5 = 30$$

若 $a=2, b=3, c=7$

$$n = 2 \times 3 \times 7 = 42$$

若 $a=2, b=3, c=11$

$$n = 2 \times 3 \times 11 = 66$$

若 $a=2, b=3, c=13$

$$n = 2 \times 3 \times 13 = 78$$

若 $a=2, b=5, c=7$

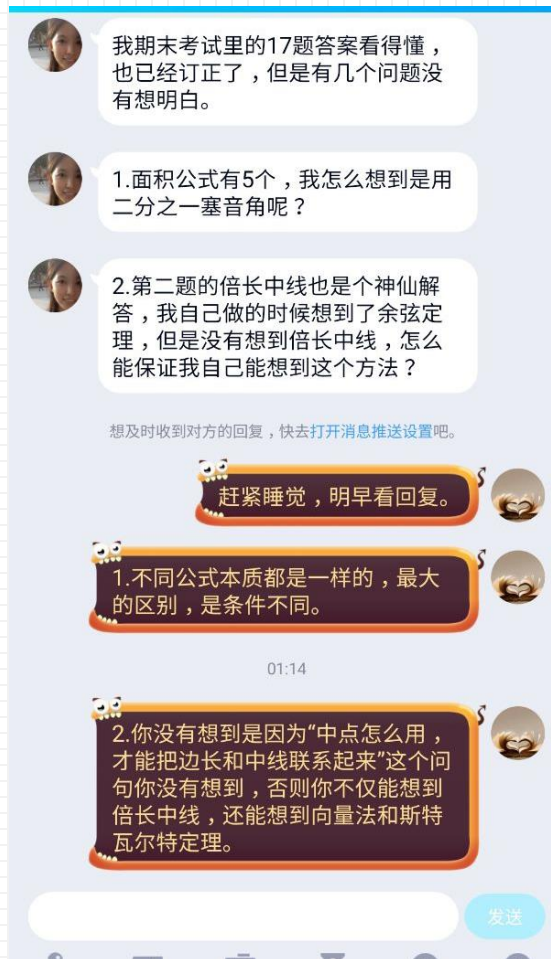
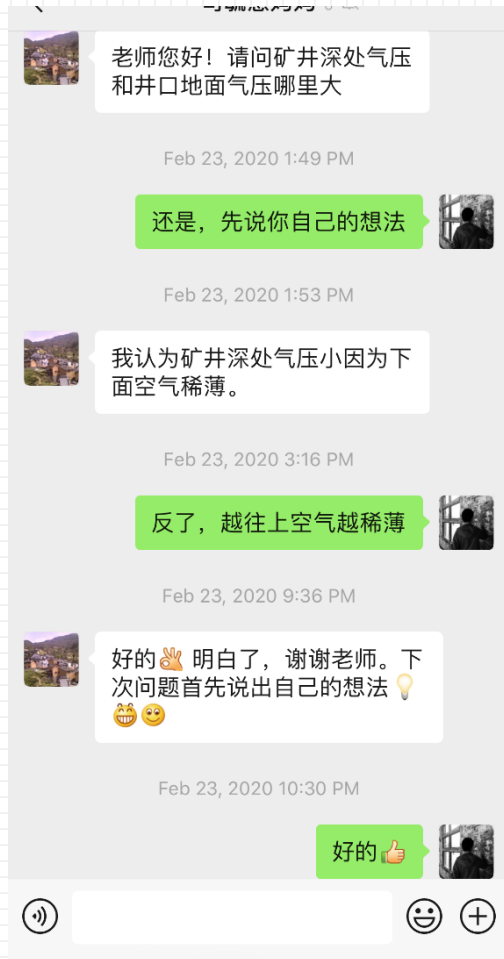
$$n = 2 \times 5 \times 7 = 70$$

一、有果有因

二、说明逻辑

提问

一、问前讲思路 二、问因不问果



总结

特征→方法→模型→思想

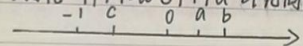
2020.9.10

题目: $\frac{1}{1 \times 2 \times 3} + \frac{1}{2 \times 3 \times 4} + \frac{1}{3 \times 4 \times 5} + \dots + \frac{1}{98 \times 99 \times 100}$
 正解: 解: 原式 = $(\frac{1}{1 \times 2 \times 3} + \frac{1}{2 \times 3 \times 4} + \frac{1}{3 \times 4 \times 5} + \dots + \frac{1}{98 \times 99 \times 100}) \times \frac{1}{2}$
 $= (\frac{1}{1 \times 2 \times 3} + \frac{1}{2 \times 3 \times 4} + \frac{1}{3 \times 4 \times 5} + \dots + \frac{1}{98 \times 99 \times 100}) \times \frac{1}{2}$
 $= (\frac{1}{1 \times 2 \times 3} + \frac{1}{2 \times 3 \times 4} + \frac{1}{3 \times 4 \times 5} + \dots + \frac{1}{98 \times 99 \times 100}) \times \frac{1}{2}$
 $= \frac{4949}{9900} \times \frac{1}{2}$
 $= \frac{4949}{19800}$

总结: $\frac{1}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{2} [\frac{1}{n(n+1)} - \frac{1}{(n+1)(n+2)}]$
 遇分数分子为1, 分母为三个连续自然数的乘积时, 裂中间, 差两边.

2020.9.12

题目: 已知a, b, c在数轴上的对应位置如图所示,
 则 $|c-1| + |a-c| + |a-b|$ 化简后的结果是



正解: $\because c < 0, a < 0, a < b < 0$
 \therefore 原式 = $1 - c + a - c + b - a$
 $= 1 - 2c + b$

总结: 两数相减, 看绝对值, 看大小, 大减小,
 两数相加, 看绝对值, 看整体, 正原式, 负相反.

2020.9.13

题目: 化简 $|x+2| + |x-4|$

正解: 解:

- ① 当 $x > 4$ 时, 原式 = $x+2+x-4 = 2x-2$
- ② 当 $x < -2$ 时, 原式 = $-x-2+4-x = -2x+2$
- ③ 当 $-2 \leq x \leq 4$ 时, 原式 = $x+2+4-x = 6$

综上所述 $|x+2| + |x-4| = \begin{cases} 2x-2 & x > 4 \\ -2x+2 & x < -2 \\ 6 & -2 \leq x \leq 4 \end{cases}$

总结: 遇绝对值化简, 先找“0”点画图, 0点讨论正负

$|m| = \begin{cases} -m & (m < 0) \\ 0 & (m = 0) \\ m & (m > 0) \end{cases}$

2020.9.15

题目: 若 $x^2 - 2x - 3$ 的值为2, 则 $3 - 2x^2 + 4x$ 的值为

正解: 解: 由题意得 $x^2 - 2x = 5$

$\therefore -2x^2 + 4x = -10$

则 $3 - 2x^2 + 4x = -10 + 3 = -7$

总结: 扩大倍数看系数, 整体思想, 先看字母.

Date: / /

2020.9.1

题目: 解关于x的方程组 $\begin{cases} (a+2)x + (a+1)y = a \\ (b+2)x + (b+1)y = b \end{cases}$
 (a, b为互不相等的常数)

正解: 解: 化简① $ax + 2x + ay + y = a$ ②

化简② $bx + 2x + by + y = b$ ④

③ - ④ $ax + ay - bx - by = a - b$

③ + ④ $ax + bx + 4x + ay + by + 2y = a + b$
 $a + b = -2$

则③ = $-2x + 4x + 2y - 2y = -2$
 $2x = -2$

$x = -1$ $x + y = 1$

将 $x = -1$ 代入 $x + y = 1$ 中, 得 $y = 2$

综上所述, 该方程的解为 $\begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases}$

总结: 多元方程要消元, 遇复杂方程先化简

2020.8.31

题目: 已知 $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 0$, 则 $\frac{ab}{a^2+b^2}$ 的值为

正解: 解: 由题意得, $\frac{a}{b}$ 与 $\frac{b}{a}$ 互为相反数.

(1) 假设a与b一正一负, 则 $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = -1 + 1 = 0$, $\frac{ab}{a^2+b^2} = -1$

(2) 假设a与b均为正, 则 $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 1 + 1 = 2$, 不成立

(3) 假设a与b均为负, 则 $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = -1 - 1 = -2$, 不成立

综上所述, a与b为一正一负, $\frac{ab}{a^2+b^2} = -1$

总结: $\frac{1}{a}$ 或 $\frac{1}{b}$: a正为“1”, a负为“-1”.

2020.9.1

题目: 有甲乙丙三种商品, 购买甲3件, 乙7件, 丙1件需要3.15元,
 购买甲4件, 乙10件, 丙1件, 需要4.20元, 若甲乙丙各一件
 则需要 元.

正解: 解: 设甲为a元, 乙为b元, 丙为c元.

由题意得, $\begin{cases} 3a + 7b + c = 3.15 & ① \\ 4a + 10b + c = 4.20 & ② \end{cases}$

$4a + 10b + c = 4.20$ ②

① $\times 3$ $9a + 21b + 3c = 9.45$ ③

② $\times 2$ $8a + 20b + 2c = 8.40$ ④

③ - ④ $a + b + c = 1.05$

综上所述, 求得 $a + b + c = 1.05$ 元.

总结: 多元问题

① 设元直接解 ② 整体凑结果 直接凑
放缩凑

di

第

si

四

zhang

章

jie

节

后续规划



讲座
11.6

假期班
11、12月

综合复习
与模拟考
1-3月

押题考
3月中旬

SMOPS
RIPMWC

曹克楠老师



中国数学奥林匹克金牌教练

·2016年带队参加两岸四地精英赛，在国际国内86支代表队中获得第6名，为安徽省史上最好成绩。

·数十人获得中国高中数学联赛省级一等奖。数百人获得小学中学各个阶段奥数比赛金奖。2021年培养出安徽省CMO代表队14人中的7人。

曹克楠老师学生成绩：

何*辰：国家奥赛集训队成员；高一全国联赛中进入省队；高二参加中国数学奥林匹克前60金牌，进入国家集训队，保送清华大学。

陈*阳：高二中国数学奥林匹克竞赛夺金，保送北京大学。

陈*旭：第35届中国数学奥林匹克银牌；

2020年全国高中数学联合竞赛浙江赛区第3名进入省队
中国东南地区数学奥林匹克竞赛金牌3块，保送清华大学。

假期班课程

P5假期大纲			
讲次	标题	包含内容	模块
第1讲	数表	等差数列、长方形数表、三角形数表	计算
第2讲	整数裂项与通项归纳	整数裂项、计算中的归纳法	计算
第3讲	最值问题	极端分析与局部调整，和一定差小积大（几何、应用题）	杂题
第4讲	容斥原理	二量容斥、三量容斥、容斥与最值	应用题
第5讲	计数原理2	整数分拆、排列组合	计数
第6讲	图形计数	基本图形法、对应法、容斥原理	计数
第7讲	圆与扇形进阶	栓羊问题，圆的滚动，旋转与轨迹	几何
第8讲	立体图形1	切片法、三视图、三视图最值	几何
第9讲	最不利原则与抽屉原理	抽屉原理与构造抽屉	杂题
第10讲	期末考试	学期综合测评	综合

家长旁听

随时退费

双师模式

前后双测

春季班课程

讲次	标题	包含内容	模块
第1讲	计算模块综合	换元法、复杂的定义新运算、高斯取整	计算
第2讲	应用题模块综合（一）	经典应用题	应用题
第3讲	应用题模块综合（二）	分数应用题、比例应用题	应用题
第4讲	行程模块综合（一）	经典行程问题	行程
第5讲	行程模块综合（二）	比例法、方程法	行程
第6讲	数论模块综合（一）	整除问题	数论
第7讲	数论模块综合（二）	余数问题	数论
第8讲	几何模块综合（一）	几何模型	几何
第9讲	几何模块综合（二）	曲线图形	几何
第10讲	几何模块综合（三）	立体图形	几何
第11讲	逻辑推理综合	基本方法、帽子问题	杂题
第12讲	计数模块综合	加乘原理、排列组合、几何计数	计数
第13讲	概率问题	古典概型、几何概型	计数
第14讲	构造与论证	构造最值、构造论证	杂题
第15讲	衔接思想	分类讨论、数形结合、代数思想	杂题
第16讲	期末测试	学期综合测评	综合

家长旁听

随时退费

双师模式

前后双测



谢谢大家

